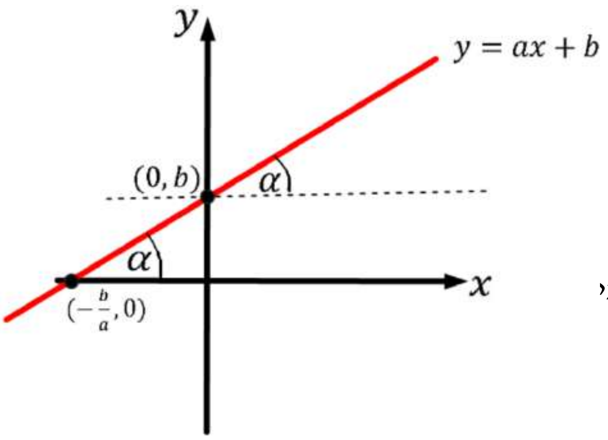
נכתב ע"י: יצחק גולדרר

קורס: חדו"א 2

מבוא

משוואת ישר: זוהי משוואה מהצורה $y = ax + b$ כאשר:



- b הוא שיעור ה-y של נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-y, נקודה חיתוך זו מתקבלת בנקודה $(0, b)$.
- a הוא שיפוע הישר והוא נתון ע"י: $a = tan\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

כאשר α היא הזווית שנוצרת בין הישר לבין הכיוון החיובי של צי

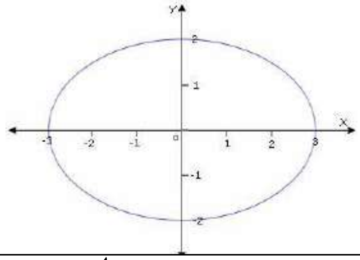
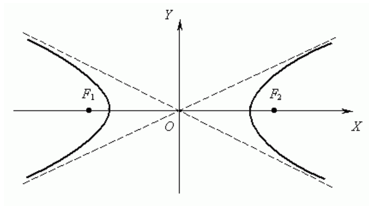
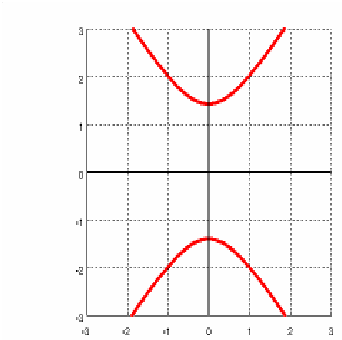
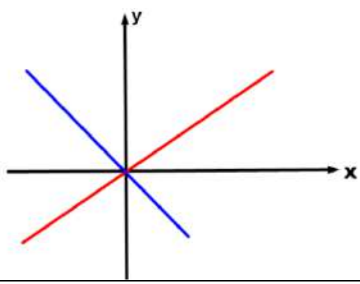
עבור $a > 0$ (שיפוע חיובי) הישר עולה.

עבור $a < 0$ (שיפוע שלילי) הישר יורד.

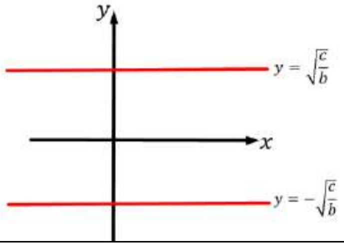
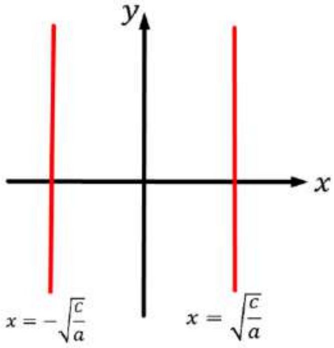
עקומים ריבועיים

משוואה בשני נעלמים (לאו דווקא לינארית) $ax^2+by^2=c$

מייצגת באופן כללי קו (עקום) במישור (לאו דווקא ישר)

c	b	a		שרטוט	הערות
$+$ $-$	$+$ $-$	$+$ $-$	a,b,c כולם באותו סימן	אליפסה או מעגל 	אם $a=b$ מקבלים מעגל
$+$ $-$	$-$ $+$	$+$ $-$	a,c בעלי אותו סימן b בעל סימן הפוך	היפרבולה  Fig 1	עבור $x=0$ אין פתרון (לא מוגדר) כי אגף ימין חיובי ואגף שמאל שלילי ולהיפך. מכאן נובע שלהיפרבולה כזו אין חיתוך עם ציר ה-y.
$+$ $-$	$+$ $-$	$-$ $+$	b,c בעלי אותו סימן a בעל סימן הפוך	היפרבולה 	עבור $y=0$ אין פתרון (לא מוגדר) כי אגף ימין חיובי ואגף שמאל שלילי ולהיפך. מכאן נובע שלהיפרבולה כזו אין חיתוך עם ציר ה-x.
$-$ $+$	$+$ $-$	$+$ $-$	a,b בעלי אותו סימן c בעל סימן הפוך	$\emptyset$	לכל x,y אגף ימין בעל סימן שונה מאגף שמאל.
0 0	$-$ $+$	$+$ $-$	a,b בעלי סימנים הפוכים $c=0$	ישרים נחתכים 	$y=\pm\sqrt{\frac{a}{b}}x$

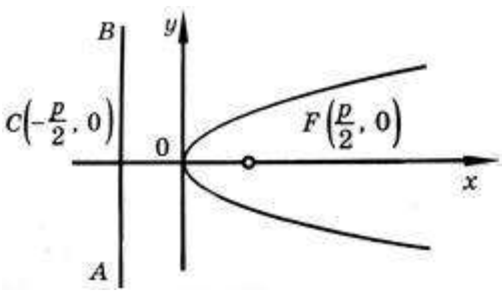
support@heshbonia.co

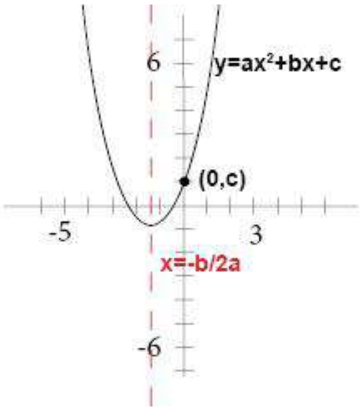
$+$ $-$	$+$ $-$	0 0	b,c בעלי אותו סימן $a=0$	2 ישרים מקבילים לציר ה-x  	$y=\pm\sqrt{\frac{c}{b}}$
$+$ $-$	0 0	$+$ $-$	a,c בעלי אותו סימן $b=0$	2 ישרים מקבילים לציר ה-y  	$x=\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$
$-$ $+$	$+$ $-$	0 0	לאגפים סימנים שונים	$\emptyset$	
$-$ $+$	0 0	$+$ $-$	לאגפים סימנים שונים	$\emptyset$	
0 0	$+$ $-$	0 0	$a=c=0$ וגם $b\neq 0$	ציר x	
0 0	0 0	$+$ $-$	$b=c=0$ וגם $a\neq 0$	ציר y	
0 0	$+$ $-$	$+$ $-$	a,b בעלי אותו סימן $c=0$	נקודה בודדת $(0,0)$	

המשוואה $y^2=2px$ מייצגת פרבולה (שציר הסימטריה הוא ציר x).

כאשר $p>0$ הפרבולה נפתחת ימינה (כמו באיור).

כאשר $p<0$ הפרבולה נפתחת שמאלה.

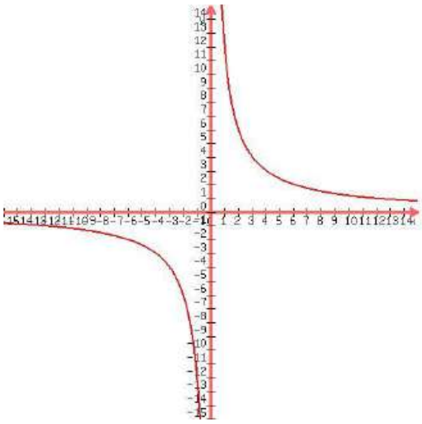




המשוואה $y = ax^2 + bx + c$ מייצגת פרבולה (שציר הסימטריה הוא ציר y או מקביל לציר ה y).

כאשר $a > 0$ הפרבולה "מחייכת" (כמו באיור).

כאשר $a < 0$ הפרבולה "בוכה".



<u>היפרבולה מסוג שונה</u>: נתבונן במשוואה $xy = 12$

משוואה זו מייצגת היפרבולה מסוג שונה.

(לא נתמקד בה בקורס, רק נעיר שכאשר מופיע xy הצורה מסתובבת)

<u>כיצד מזהים את התבנית ?</u>

מעגל – המקדמים של x^2 ו-y^2 שווים בגודלם ובסימנם.

אליפסה - המקדמים של x^2 ו-y^2 שווים בסימנם.

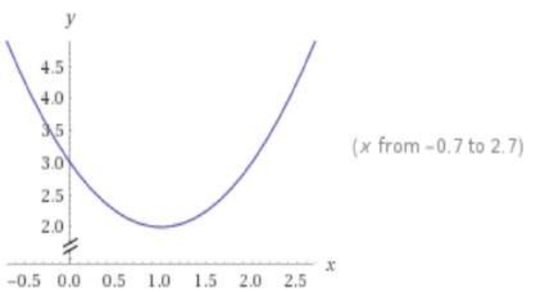
היפרבולה - המקדמים של x^2 ו-y^2 שונים בסימנם.

פרבולה – מופיע רק אחד מהמקדמים של x^2 ו-y^2 והשני מופיע רק בצורה לינארית.

<u>הזזות של עקומים:</u>

אם נחליף את x ב-$x + a$ ואת y ב-$y + b$ נקבל את אותו עקום מוזז ב-a יחידות שמאלה ו- b יחידות למטה (כאשר a, b חיוביים, אם הם שליליים התזוזה תהיה לכיוון הנגדי).

<u>דוגמא:</u>



ציירו את גרף העקום: $y = x^2 - 2x + 3$.

נשלים לריבוע: $y = (x-1)^2 + 2$ כלומר: $y - 2 = (x-1)^2$.

זוהי בעצם הפרבולה $y = x^2$ שבה x הוחלף ל- $x - 1$

ו-y הוחלף ל- $y - 2$ (כלומר היא זזה 2 יחידות למעלה ויחידה אחת ימינה).

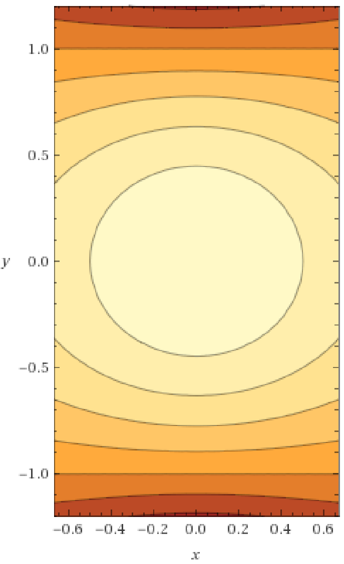
<u>הערה</u>: דרך טובה לחשוב על זה היא שהמינימום של $y = x^2$ מתקבל כאשר $y = 0$

לעומת זאת המינימום של $y - 2 = (x-1)^2$ מתקבל כאשר $y = 2$, כלומר 2 יחידות מעל.

<u>תרגיל:</u> נתונה המשוואה $\alpha(x^2+1)+y^2=1$.

קבעו את צורת העקום לכל α.

<u>פתרון:</u> נסדר את התבנית ונקבל: $\alpha x^2+y^2=1-\alpha$ מכאן כי: $a=\alpha,\quad b=1,\quad c=1-\alpha$.



נבדוק מתי המקדמים הנ״ל מתאפסים, זה קורה כאשר: $\alpha=1$ או $\alpha=0$.

- עבור $\alpha<0$ למשל: $\alpha=-3$ נקבל $-3x^2+y^2=4$ כלומר היפרבולה.
- עבור $\alpha=0$ נקבל: $y^2=1$ כלומר שני ישרים מקבילים לציר ה-x.
- עבור $0<\alpha<1$ למשל: $\alpha=\frac{1}{2}$ נקבל $\frac{1}{2}x^2+y^2=\frac{1}{2}$ כלומר אליפסה.

<u>שאלה:</u> האם מתקבל מעגל ?

<u>תשובה:</u> **לא מתקבל מעגל**.

מעגל מתקבל רק כאשר המקדמים a,b שווים אבל $a=b\Longrightarrow\alpha=1$

וערך זה איננו בתחום שכן $0<\alpha<1$ ולכן לא מתקבל מעגל.

- עבור $\alpha=1$ נקבל: $x^2+y^2=0$ כלומר זוהי ראשית הצירים $(0,0)$.
- עבור $\alpha>1$ למשל: $\alpha=2$ נקבל $2x^2+y^2=-1$ כלומר קבוצה ריקה - $\emptyset$.

<u>הערה:</u> השינוי בצורה רציף מכיוון ש-a,b,c תלויים ב-α ומשתנים גם הם באופן רציף.