$\underline{1.57}$
$\underline{1}$

$$\log_3[x^2+2(1+\sqrt[3]{a})x+9\sqrt[3]{a}+32]>0$$

<u>תחום ההגדרה</u>: הביטוי שבתוך הלוג גדול מאפס

נסתכל על אי שוויון $\quad x^2+2(1+\sqrt[3]{a})x+9\sqrt[3]{a}+32>1$

זאת דרישה חזקה יותר מתחום ההגדרה ולכן לא נחפש פתרון לתחום ההגדרה

$$x^2+2(1+\sqrt[3]{a})x+9\sqrt[3]{a}+31>0$$

פתרון לכל x מתקבל כאשר $\Delta<0$ (כי $a=1$)

$$0>\Delta=4(1+\sqrt[3]{a})^2-4(9\sqrt[3]{a}+31)$$

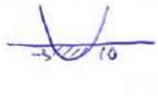
$$0>4+8\sqrt[3]{a}+4\sqrt[3]{a^2}-36\sqrt[3]{a}-124$$

$$0>4\sqrt[3]{a^2}-28\sqrt[3]{a}-120 \quad /:4$$

$$0>\sqrt[3]{a^2}-7\sqrt[3]{a}-30$$

נסמן $\sqrt[3]{a}=t$

$$0>t^2-7t-30$$



$$-3<t<10$$

$$-3<\sqrt[3]{a}<10$$

$$-27<a<100$$

1.57

2

16

$$5^{2+4+\dots+2x} = \left(\frac{4}{100}\right)^{-28} = \left(\frac{1}{25}\right)^{-28}$$

$\boxed{n = x} \leftarrow 2x = 2 + 2(n-1)$ מספר האברים בשאלה ע"פ סדרה חשבונית

$$5^{\frac{x}{2}(2+2x)} = \left(5^{-2}\right)^{-28}$$

משווה מעריכים

$$\frac{x}{2}(2+2x) = 56$$

$$x + x^2 = 56$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$x = 7, \cancel{-8}$$

Scanned with CamScanner

(ג)

ושטען בשאלה צריך להיות $S_n=n^2p$

$$S_k=k^2p=\frac{k}{2}[2a_1+d(k-1)]$$

$$\text{I} \quad 2kp=2a_1+d(k-1)$$

$$S_n=n^2p=\frac{n}{2}[2a_1+d(n-1)]$$

$$\text{II} \quad 2np=2a_1+d(n-1)$$

נחסר את $\underline{\text{II}}$ מ-I :

$$2kp-2np=d(k-n)$$

$$2p(k-n)=d(k-n)$$

אם $k\neq n$

$\boxed{d=2p}$ נציב חזרה ב-$\underline{\text{I}}$

$$2kp=2a_1+2p(k-1)$$

$$\boxed{2a_1=2p}$$

נחשב S_p

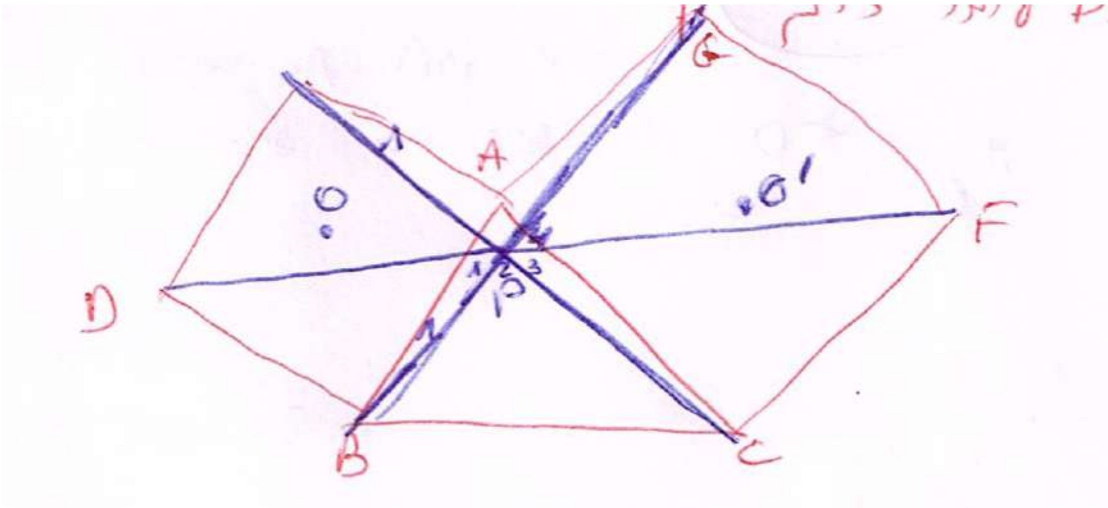
$$S_p=\frac{p}{2}[2a_1+d(p-1)]$$

$$=\frac{p}{2}[2p+2p(p-1)]=p^3$$

אם $n=k$ קיבלנו נתון אחד כי אז $S_n=S_k$ ולא נוכל להסיק

ממנו על S_p .

א.1
5



א.

$\angle EAC = 90 + \angle A = \angle CAG$

$AE = AB$

$AG = AC$

$\Downarrow$

(35.3) $\triangle EAC \cong \triangle BAG$

$\Downarrow$

$BG = EC$

ב-ג: EB קוטר במעגל החוסם את ABDE (כי $\angle D = 90°$)

נסמן $\angle E_1 = \angle B_1 = \alpha$

ABDE: $360° = \angle DEP + \angle EPB + \angle PBD + \angle BDE$

$= 90 - \alpha + \angle EPB + 90 + \alpha + 90 \Rightarrow \angle EPB = 90°$

לכן שהיא נשענת על הקוטר – P על המעגל. כנ"ל מהכיוון של ריבוע ACFG.

בדרך אחרת: P נשענת על קוטר EB ולכן שייכת למעגל O, P נשענת על קוטר GC ולכן שייכת למעגל O'.

BG קו ישר לכן

$180° = \angle BPG = \angle B_2 + \angle B_3 + \angle B_4$

(אלכסון חוצה זווית + נשענות על DB) $\angle DEB = 45° = \angle DPB$

(") $\angle GCF = 45° = \angle GPF$

$\angle B_1 = 45° = \angle B_4$

$\angle B_2 + \angle B_3 + \angle B_1 = 180°$

$\angle DPF = 180°$

$\Downarrow$

DF עובר דרך B

$\underline{1.57}$
$\underline{4}$

א $\sqrt{\frac{a}{4b}}+\sqrt{\frac{b}{4a}} \overset{?}{\geq} 1$

$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}} \overset{?}{\geq} 1 \quad /\cdot 2$

$\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}} \overset{?}{\geq} 2$

נסמן $0 < t = \frac{a}{b}$

$t+\frac{1}{t} \overset{?}{\geq} 2 \quad /\cdot t>0$

$t^2+1 \overset{?}{\geq} 2t$

$t^2-2t+1 \overset{?}{\geq} 0$

$(t-1)^2 \geq 0$

שוויון מתקבל כאשר $t=1$ לכן $a=b$

ב $n=1$: $z+z^2+z^3+z^4 \vdots 2800$ ✓

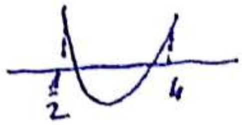
נניח שהטענה נכונה ל-n טבעי כלשהו ונראה שהיא נכונה ל-$n+1$:

$\underbrace{z+z^2+\dots+z^{4n}}_{\text{מתחלק לפי ההנחה}}+z^{4n+1}+z^{4n+2}+z^{4n+3}+z^{4n+4}$

$+\ z^{4n}\underbrace{(z^1+z^2+z^3+z^4)}_{\text{2800 ולכן}}$

מתחלק ? סוף

1.57
5



המשוואה היא
$x^2-2|m|x+m^2-1=0$

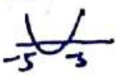
צריך $0\le\Delta$
$0<f(4),\ f(\frac{1}{2})$
$\frac{1}{2}<-\frac{b}{2a}<4$

$0\le\Delta=4m^2-4(m^2-1)=4$ ✓
$0<f(4)=16-8|m|+m^2-1$

בתחום $m\ge0$
$0<m^2-8m+15$

$\boxed{0\le m<3 \quad m>5}$

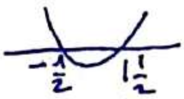
בתחום $m<0$
$0<m^2+8m+15$



$\boxed{\begin{matrix}-3<m<0\\ m<-5\end{matrix}}$

$0<f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-|m|+m^2-1$

$m\ge0$
$0<m^2-m-\frac{3}{4}$



$\cancel{m<-\frac{1}{2}}$ $\boxed{m>1\frac{1}{2}}$

$0<f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}+m+m^2-1$ $m<0$
$0<m^2+m-\frac{3}{4}$

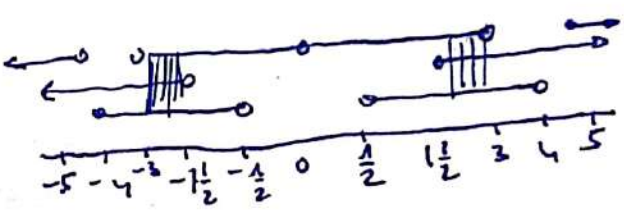
$\cancel{m>\frac{1}{2}}$ $\boxed{m<-1\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}<-\frac{b}{2a}<4 \rightarrow \frac{1}{2}<\frac{2|m|}{2}<4$

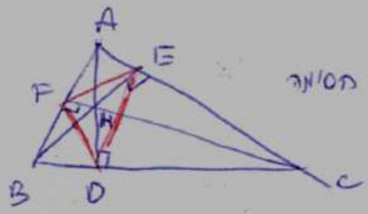
$\boxed{-4<m<-\frac{1}{2}}$ $\boxed{\frac{1}{2}<m<4}$

חיתוך כל התחומים

$\boxed{-3<m<-1\frac{1}{2} \qquad 1\frac{1}{2}<m<3}$



1.57
6



א. F ו- D רואות את BH
בזווית ישרה ← BFHD בר חסימה
במעגל.
וכן F ו- E רואות את BC
בזווית ישרה ← BFEC בר חסימה במעגל.

ב. $\angle C + \angle BFE = 180^\circ$

$\angle EFC = -90 + (180 - \angle C) \leftarrow \angle BFE = 180 - \angle C$

$= -\angle C + 90^\circ$

$\angle CFD = -90 + (180 - \angle C) \leftarrow \angle C + \angle AFD = 180$

$= -\angle C + 90^\circ$

$\angle AFD = 180 - \angle C$

באותו אופן עבור 2 הזוויות האחרות

ג. מסעיף קודם
ובצורה דומה

$\angle EFD = -2\angle C + 180^\circ$

$\angle FDE = -2\angle A + 180^\circ$

$\angle FED = -2\angle B + 180^\circ$