$\underline{1.58 \; 1}$

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$$

<u>תחום הגדרה:</u> 1) $x-1\geq 0 \Leftarrow x\geq 1$

2) $x+8-6\sqrt{x-1}\geq 0 \Leftarrow x+8\geq 6\sqrt{x-1}$

3) $x+3-4\sqrt{x-1}\geq 0 \Leftarrow x+3\geq 4\sqrt{x-1}$

(שימו לב שאגף ימין ב- 2) ו- 3) חייב להיות חיובי אחרת אין פתרון לאי שוויון, לכן מותר להעלות בריבוע

2) $x^2+16x+64\geq 36x-36$

$x^2-20x+100\geq 0$

$(x-10)^2\geq 0$

כל x

3) $x^2+6x+9\geq 16x-16$

$x^2-10x+25\geq 0$

$(x-5)^2\geq 0$

כל x

<u>לסיכום:</u> תחום ההגדרה $x\geq 1$

נעבור לפתרון המשוואה: נסמן $A=\sqrt{x-1}$

נעלה בריבוע ונקבל $A^2=x-1 \Rightarrow x=A^2+1$

נחזור למשוואה ~~ונקבל~~ ונציב A ונקבל:

$$\sqrt{A^2+4-4A}+\sqrt{A^2+9-6A}=1$$

$$\sqrt{(A-2)^2}+\sqrt{(A-3)^2}=1$$

$$|A-2|+|A-3|=1$$

<u>נפצל לתחומים:</u>

$A\leq 2$

$-(A-2)-(A-3)=1$

$2A=4$

$\boxed{A=2}$

נחזור ל- x

$2=\sqrt{x-1}$

$4=x-1$

$\boxed{x=5}$

אחרי הצבה במשוואה המקורית נקבל שהפתרון מתאים.

$2<A\leq 3$

$A-2-(A-3)=1$

$1=1$

הפתרון

$2<A\leq 3$

נעבור ל- x

$2<\sqrt{x-1}\leq 3$

$4<x-1\leq 9$

$5<x\leq 10$

$3<A$

$A-2+A-3=1$

$2A=6$

$A=3$

$\emptyset$

<u>לסיכום:</u>

$$\boxed{5\leq x\leq 10}$$

$\underline{1.58}$
$\underline{2}$

$$\begin{cases} 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y}+7\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}-6=0 \\ \log(3x-y)+\log(x+y)-4\log 2=0 \end{cases}$$

<u>משוואה ראשונה:</u>

נסמן $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}=t$

$$3t^2+7t-6=0$$

$$t=-3 \to \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}=-\frac{2}{3} \to \phi$$

$$t=\frac{2}{3} \to \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}}=\left(\frac{2}{3}\right)^1 \to \frac{2x-y}{2}=1$$

$$2x-y=2$$

$$\boxed{y=2x-2}$$

<u>משוואה שנייה:</u>

$$\log\left(\frac{(3x-y)(x+y)}{2^4}\right)=0$$

$$\frac{(3x-y)(x+y)}{16}=1$$

$$16=(3x-y)(x+y)\underset{\substack{\text{נציב}\\ y=2x-2}}{=}(3x-2x+2)(2x-2+x)=(x+2)(3x-2)$$

$$16=3x^2+4x-4$$

$$0=3x^2+4x-20$$

$$\cancel{x=\frac{-10}{3} \to y=\frac{-26}{3}} \to$$ נותן ארגומנט שלילי בלוג

$$x=2 \to y=2 \qquad (2,2)$$

1.58
3

נסמן את שלושת האיברים העוקבים בסדרה ההנדסית

$$\frac{x}{q} \qquad x \qquad xq$$

נתון $a_k = \frac{x}{q},\ a_n = x,\ a_p = xq$

ההפרש בין שני הראשונים $a_n - a_k = a_1 + d(n-1) - a_1 - d(k-1)$

$= d(n-k)$

ובין שני האחרונים

$a_p - a_n = d(p-n)$

לכן

$$d = \frac{a_n - a_k}{n-k} = \frac{a_p - a_n}{p-n}$$

נציב את המספרים

$$\frac{x - \frac{x}{q}}{n-k} = \frac{xq - x}{p-n}$$

אם $x=0$ זו סדרה קבועה ומנת הסדרה ההנדסית 1
אין משמעות לשאלה. לכן נניח $x \neq 0$ ונחלק בו

$$\frac{1 - \frac{1}{q}}{n-k} = \frac{q-1}{p-n}$$

$$\frac{q-1}{q(n-k)} = \frac{q-1}{p-n}$$

ראינו ש $q \neq 1$ ולכן נחלק ב $q-1$

$$\frac{1}{q(n-k)} = \frac{1}{p-n} \to q = \frac{p-n}{n-k} = \frac{n-p}{k-n}$$

$\frac{1.58}{4}$ (א) $n=3: \quad 2^{1+2} > 3! = 6$ ✓

נניח שהטענה נכונה עבור n טבעי גדול מ 3

נשוה שהיא נכונה ל n+1

$$2^{1+2+\dots+(n-1)+n} \overset{?}{>} (n+1)!$$

$$2^{1+2+\dots+(n-1)} \cdot 2^n \underset{\substack{\downarrow \\ \text{לפי ההנחה}}}{>} n! \cdot 2^n$$

נשאר להראות ש $2^n > n+1$

נוכיח באינדוקציה נוספת: $n=3$:

$8>4$ ✓

נניח שהטענה נכונה ונוכיח ל n+1

$$2^{n+1} \overset{?}{>} n+2$$

$$2 \cdot 2^n \underset{\substack{\downarrow \\ \text{לפי ההנחה}}}{>} 2(n+1) = 2n+2 > n+2$$

(ב) המקדמים הראשונים בפיתוח

$$\binom{n}{0}, \binom{n}{1}\cdot\frac{1}{2}, \binom{n}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \to 1, \frac{n}{2}, \frac{n(n-1)}{8}$$

היות להם סדרה חשבונית מתקיים

$$2\cdot\frac{n}{2} = 1+\frac{n(n-1)}{8} \quad /\cdot 8$$

$$n^2-9n+8=0 \to n = 1, 8$$

נתון 3 איברים בפיתוח לכן n לא יכול להיות 1.

$$T_{k+1} = \binom{8}{k}\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{8-k}\left(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{4}}\right)^k$$

$$x^{\frac{1}{2}(8-k)-\frac{1}{4}k} = x^{4-\frac{3}{4}k}$$

נחפש k שמתחלק ב- 4 ללא שארית כאשר ידוע

$0 \le k \le 8$ לכן $k=0,4,8$ ונקבל

$k=0: T_1 = x^4$

$k=4: T_5 = \binom{8}{4}\frac{x}{16} = \frac{35}{8}x$

$k=8: T_9 = \frac{1}{2^8 x^2} = \frac{1}{256x^2}$

ג.58
.5

$\triangle ABE \sim \triangle FCE$ (S.S)

יחס הגבהים שווה ליחס הדמיון

$$\frac{a}{b} = \frac{h_{ABE}}{h_{ECF}} \rightarrow h_{ABE} = \frac{a}{b} h_{CEF}$$

$$S = \frac{EC \cdot h_{ECF}}{2} \rightarrow h_{ECF} = \frac{2S}{EC} = \frac{2S}{b}$$

$$h_{ABE} = h_{\text{מקבילית}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{2S}{b} = \frac{2aS}{b^2}$$

$$S_{\text{מקבילית}} = h_{\text{מקבילית}} \cdot BC = \frac{2aS}{b^2}(a+b)$$

(ד)

$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$ (נתון)

(נשענות ה DB) $\angle EAB = \angle DCB = \frac{1}{2}\angle C = \alpha$

(נתון) $\angle B = \angle C = 2\alpha$

$\angle B = \angle EAB + \angle E$

$2\alpha = \alpha + \angle E$

$\angle E = \alpha = 20^\circ$

$\Rightarrow \boxed{\angle E = 40^\circ}$

1.58
6

א. צהה 1 0.5 נק

ב.

$$\frac{AC}{\sin 20} = \frac{16}{\sin 40}$$

$$AC = \frac{8}{\cos 20}$$