11.66
א

$\log_x \frac{1-x^2}{x-2} > 0$

תחום ההגדרה

$\frac{1-x^2}{x-2} > 0 \qquad x \neq 2$

$0 < x \neq 1$

$\frac{1-x^2}{x-2} > x^0 = 1$ נקבל $0 < x \neq 1$ כיוון ש

$\frac{1-x^2-x+2}{x-2} = \frac{-x^2-x+3}{x-2} > 0$

$2 > x > 1$ או $1 > x$

פתרון: $\boxed{2 > x > 1}$

$2 > x > \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ או $x < \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

היתכן עם תחום ההגדרה נותן

$\boxed{2 > x > \frac{-1-\sqrt{13}}{2}}$

1.66
2

(א) $\begin{cases} 2x+3 \le x+17 \\ 1+x > 9 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x \le 20 \\ x > 8 \end{matrix} \rightarrow 9, 10, \ldots, 20$

(ב) $|x-1| + |x+3| \le 12$

$\underline{x \le -3}$ $\quad -(x-1) - (x+3) \le 12$

$-14 \le 2x \rightarrow -7 \le x$

בתחום מתאים $-7, -6, -5, -4, -3$

$\underline{-3 \le x \le 1}$ $\quad -(x-1) + x + 3 \le 12$

$4 \le 12$

בתחום מתאים $-3, -2, -1, 0, 1$

$x \ge 1$ $\quad x - 1 + x + 3 \le 12$

$2x \le 10$

$x \le 5$

$5, 4, 3, 2, 1$ בתחום מתאים

פתרונות של (א) או (ב) זה כל השלמים בין 20 ל -5 (כולל הקצוות)
חוץ מ: $6, 7, 8$

(ג) $|x-1| + 2|x| = x + 13$

$\underline{x \le 0}$ $\quad -(x-1) - 2x = x + 13$

$-12 = 4x$

$\boxed{x = -3}$

$\underline{0 \le x \le 1}$ $\quad -(x-1) + 2x = x + 13$

$1 = 13$

ϕ

$x \ge 1$ $\quad x - 1 + 2x = x + 13$

$2x = 14$

$\boxed{x = 7}$

(ד)

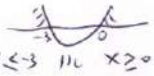
$1 \le \frac{2x^2+3x+2}{x^2+2} < 2$

המכנה תמיד חיובי לכן אפשר להכפיל בו

$x^2 + 2 \le 2x^2 + 3x + 2 < 2x^2 + 4$

$0 \le x^2 + 3x$ וגם $3x < 2$

$0 \le x(x+3)$ $\quad x < \frac{2}{3}$



$x \le -3$ או $x \ge 0$

$x \le -3$ או $0 \le x < \frac{2}{3}$

פתרונות של (ג) או (ד) $x = 7$ או $0 \le x < \frac{2}{3}$ או $x \le -3$

(א) או (ב) וגם (ג) או (ד) נותן $-7, -6, -5, -4, -3, 0$

1.66 (3) $(1+a)x^2 - 3ax + 4a = 0$

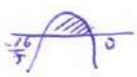
כדי שזו תהיה פרבולה, צריך $1+a \neq 0$ ⇐ $\boxed{a \neq -1}$

נרשום את המשוואה

$$x^2 - \frac{3a}{1+a}x + \frac{4a}{1+a} = 0$$

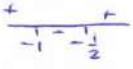
צריך ① $\Delta \geq 0$ ② $f(1) > 0$ ③ $\frac{-b}{2a} > 1$

① $0 \leq 9a^2 - 16a(1+a) = -7a^2 - 16a$



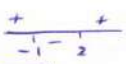
$\boxed{-\frac{16}{7} \leq a \leq 0 \quad a \neq -1}$

② $0 < f(1) = 1 - \frac{3a}{1+a} + \frac{4a}{1+a} = \frac{2a+1}{1+a}$



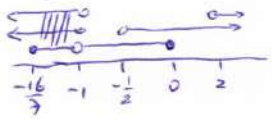
$\boxed{a > -\frac{1}{2} \quad -1 > a}$

③ $1 < -\frac{b}{2a} = \frac{3a}{2(1+a)} \rightarrow 0 < \frac{3a-2-2a}{2(1+a)} = \frac{a-2}{2(1+a)}$



$\boxed{2 < a \quad \text{או} \quad -1 > a}$

חיתוך הפתרונות



$\boxed{-\frac{16}{7} \leq a < -1}$

1-66
4

(ג) $n-\frac{1}{n},\ n,\ n+\frac{1}{n},\ \ldots$

$$S_n=\frac{n}{2}\left[2\left(n-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{n}(n-1)\right]=$$

$$=\frac{n}{2}\left[2n+1-\frac{3}{n}\right]=\frac{2n^2+n-3n}{n}$$

(ד) נוכיח באינדוקציה

עבור $n=2$ מתקיים

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}\overset{\vee}{=}\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}$$

נניח שהטענה נכונה עבור n טבעי ונוכיח שהיא נכונה עבור $n+1$

$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{a_{n-1}}+\sqrt{a_n}}}_{\text{לפי ההנחה}}+\frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}\overset{?}{=}\frac{n}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_{n+1}}}$$

$$\frac{n-1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n}}+\frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}=$$ נכפיל בצמוד של כל ביטוי

$$\frac{(n-1)(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_n})}{a_1-a_n}+\frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}}{a_n-a_{n+1}}=$$ נשתמש בנוסחאות של סדרה חשבונית

$$\frac{(n-1)(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_n})}{-d(n-1)}+\frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}}{-d}=$$ מכנה משותף

$$\frac{\sqrt{a_1}-\sqrt{a_n}+\sqrt{a_n}-\sqrt{a_{n+1}}}{-d}=\frac{\sqrt{a_1}-\sqrt{a_{n+1}}}{-d}=$$ נכפיל בצמוד

$$\frac{a_1-a_{n+1}}{-d(\sqrt{a_1}+\sqrt{a_{n+1}})}=\frac{-d(n+1-1)}{-d(\sqrt{a_1}+\sqrt{a_{n+1}})}$$

1.66
ב'

(א)

$B'M = \frac{1}{2}BC$
$C'M = \frac{1}{2}BC$

תיכון ליתר במשולש ישר זווית

$\Delta BB'C$ משולש ישר זווית

$\Delta C'BC$ "

(ב) $A'HC' = 360 - \angle B - 90 - 90 = 180 - \angle B$ $: BC'HA'$

$A'HB' = 360 - \angle C - 90 - 90 = 180 - \angle C$ $: B'CA'H$

(ג) $AB'A'B$ בר חסומה במעגל (A' ו-B' רואות את AB ב-$90°$)

$\angle BA'B' = 180 - \angle A$

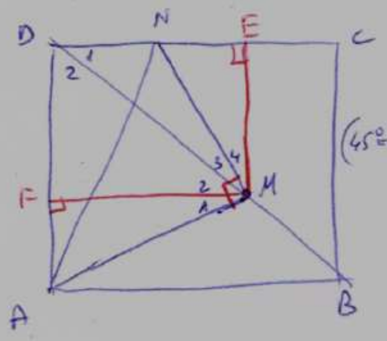
$\angle AA'B' = \angle BA'B' - \angle BA'A = 180 - \angle A - 90 = 90 - \angle A$

$\angle C'A'C = 180 - \angle A$

$\angle C'A'A = \angle C'A'C - \angle AA'C = 180 - \angle A - 90 = 90 - \angle A$

= באופן זהה

1.66
6



א.

לחבור אמצעים N : M

של DC ו של AD

מתקבל ריבוע DEMF ($45° = \sphericalangle D_2 = \sphericalangle M_2$)

$\sphericalangle M_2 + \sphericalangle M_3 + \sphericalangle M_4 = 90° = \sphericalangle M_1 + \sphericalangle M_2 + \sphericalangle M_3$

⇓

$\sphericalangle M_4 = \sphericalangle M_1$

⇓

(ז.צ.ז) $\triangle NME \cong \triangle AMF$

⇓

$NM = AM$

ב.

$S_{AMND} = S_{AMN} + S_{ADN} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}a \cdot DN = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}a\sqrt{2x^2 - a^2}$

$DN = \sqrt{AN^2 - AD^2} = \sqrt{2x^2 - a^2}$

$AN = \sqrt{AM^2 + NM^2} = 2\sqrt{x}$

ג.

כיוון $\triangle NEM \cong \triangle MFA$

לכן $S_{DNMA} = S_{DEMF}$

אז

$S_{DEMF} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$

$DE^2 = \frac{1}{2}a^2$

$DE = \frac{\sqrt{2}a}{2}$

$AF = AD - DF = a - \frac{\sqrt{2}a}{2} = a\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$AM^2 = AF^2 + FM^2$

$x^2 = a^2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 = a^2\left(1 - \sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}a^2 = a^2(2 - \sqrt{2})$

$x = a\sqrt{2 - \sqrt{2}}$