1.74
1

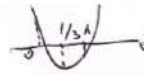
$(m+1)3^{2x}+(m+2)3^{x}+m-2=0$

נסמן $3^{x}=t$

$t^{2}(m+1)+t(m+2)+m-2=0$

יש 2 פתרונות ולכן $m+1\neq 0$

$t^{2}+t\frac{m+2}{m+1}+\frac{m-2}{m+1}=0$



$0>f(1)=1+\frac{m+2}{m+1}+\frac{m-2}{m+1}=\frac{3m+1}{m+1}$ $\quad$ $+\ \ -1\ \ -\ \ -\frac{1}{3}\ \ +$ $\quad$ $-1<m<-\frac{1}{3}$

$0>f(\frac{1}{3})$

$0<f(0)=\frac{m-2}{m+1}$ $\quad$ $+\ \ -1\ \ -\ \ 2\ \ +$ $\quad$ $m>2$, $m<-1$

$\emptyset$

$x_1>0$

$t_1=3^{x_1}>3^{0}=1$

$t_2=3^{x_2}<3^{-1}=\frac{1}{3}$

1.74
2 (א)

$$\frac{x^2-|x|-12}{x-3} \geq 2x$$

תחום
$x \geq 0$

$$2x \leq \frac{x^2-x-12}{x-3} = \cancel{\frac{(x-4)(x+3)}{x-3}}$$

$$0 \leq \frac{x^2-x-12-2x^2+6x}{x-3}$$

המונה תמיד שלילי

$$0 \leq \frac{-x^2+5x-12}{x-3}$$

$x < 3$

תחום
$x<0$

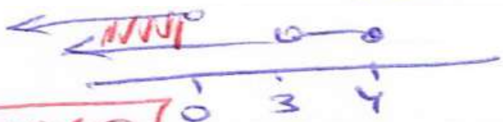
$$2x \leq \frac{x^2+x-12}{x-3} = \frac{(x+4)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}}$$

תחום
$x<0$

$$2x \leq \frac{x^2+x-12}{x-3} = \frac{(x+4)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}}$$

$x \neq 3$

$$2x \leq x+4$$
$$x \leq 4$$



$\boxed{x<0}$

לסיכום: $x<3$, $x<0$

איחוד התשובות נותן $x<3$

1.74
ר 2

$$2x^2+6-2\sqrt{2x^2-3x+2}=3x+3$$

תחום הגדרה: $2x^2-3x+2\geq 0$

לכל x

נחזור למשוואה

$$2x^2-3x+3=2\sqrt{2x^2-3x+2}$$

נסמן $2x^2-3x+2=A$

$$A+1=2\sqrt{A} \quad /()^2$$

$$A^2+2A+1=4A$$

$$A^2-2A+1=0$$

$$(A-1)^2=0 \rightarrow A=1 \rightarrow 2x^2-3x+2=1 \rightarrow 2x^2-3x+1=0 \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\frac{1}{2} \end{array}}$$

<u>1.74</u>
<u>3</u>

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2(x^2-3x-10)} > \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}}(x^2+4x+4)}$$

תחום ההגדרה $x^2-3x-10>0 \Rightarrow x<-2$ או $x>5$

$x^2+4x+4>0 \Rightarrow x \neq -2$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2\log_2(x^2-3x-10)} > \left(\frac{3}{2}\right)^{-\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4x+4)}$$

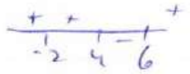
$$2\log_2(x^2-3x-10) > -\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4x+4)$$

$$(x^2-3x-10)^2 > x^2+4x+4$$

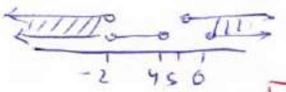
$$(x+2)^2(x-5)^2 > (x+2)^2$$

$$(x+2)^2\left[(x-5)^2-1\right]$$

$x=-2 \qquad x=6,4$



$x<2, \quad 2<x<4, \quad x>6$



נצרף תחום ההגדרה

$$\boxed{x<-2 \text{ או } x>6}$$

1.74
4

$5, 55, 555, \dots$ (א)

$* \; 50, 500$

סדרת ההפרשים הנדסית

$$a_n = 5 + S^*_{n-1} = 5 + \frac{50(10^{n-1}-1)}{10-1}$$

$$= \frac{5\cdot 10^n - 5}{9}$$

הוכחה באינדוקציה שזהו האיבר הכללי

$n=1$ נקבל 5

נניח שעבור n הביטוי מתקבל מספר עם n "5"

נראה של $n+1$ מקבל עוד 5

$$\frac{5\cdot 10^{n+1}-5}{9} = 10\Big(\underbrace{\frac{5\cdot 10^n - 5}{9}}_{\text{מספר עם } n \text{ "5"}}\Big) + 5$$

הכפלנו ב-10 לכן $\underbrace{55\cdots5}_{n \text{ פעמים}}0$

והוספנו 5 לכן $\underbrace{55\cdots5}_{n+1 \text{ פעמים}}$

(ב) לפי האיבר הכללי מהסעיף הקודם

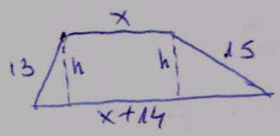
$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{5\cdot 10^1 - 5}{9} + \frac{5\cdot 10^2 - 5}{9} + \dots + \frac{5\cdot 10^n - 5}{9}$$

$$= \frac{5}{9}\left(10^1 + 10^2 + \dots + 10^n\right) - \frac{5}{9}\big(\underbrace{1+1+\dots+1}_{n \text{ פעמים}}\big) =$$

$$= \frac{5}{9}\left[\frac{10\cdot(10^n-1)}{10-1}\right] - \frac{5}{9}n = \frac{5}{81}\left(10^{n+1}-10\right) - \frac{5}{9}n$$

$\underline{6}$

$\frac{1.74}{5}$



טרפז
חוסם!

$2x+14=28$

$\boxed{x=7}$

$$\sqrt{13^2-h^2}+\sqrt{15^2-h^2}=14$$

$$169-h^2+225-h^2+2\sqrt{13^2-h^2}\,\sqrt{15^2-h^2}=196$$

$$(169-h^2)(225-h^2)=(h^2-99)^2$$

$$169\cdot 225-99^2=196h^2 \rightarrow h=\frac{168}{14}$$

$$S=\frac{(7+21)}{2}\cdot\frac{168}{14}=168$$

17.4
6

(א) $DE = EB$, $DM = MB$ $\rightarrow$ EM תיכון במשולש

$EM \perp BD$

(ב) AEMD בר חסימה במעגל

$\sphericalangle DAE + \sphericalangle EMD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

(נשענות על AE) $\sphericalangle EMA = \sphericalangle ADE$

(קודקודיות) $\sphericalangle EMA = \sphericalangle CMF$

(ג)

נסמן $EB = x$

$\triangle EMB$: $MB = \frac{1}{2} DB = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$

$$\boxed{EM^2 + MB^2 = EB^2}$$

$\triangle AED$: $AD^2 + AE^2 = DE^2$

$b^2 + (a-x)^2 = x^2$

$b^2 + a^2 = 2ax \rightarrow x = \frac{b^2+a^2}{2a}$

$$EM^2 + \frac{1}{4}(a^2+b^2) = \left[\frac{b^2+a^2}{2a}\right]^2$$

$$EM^2 = \frac{(b^2+a^2)^2 - a^2(a^2+b^2)}{4a^2} = \frac{(b^2+a^2)b^2}{4a^2}$$

$$EM = \frac{b}{2a}\sqrt{b^2+a^2}$$

$(S.3.S)$ $\triangle AEM \cong \triangle CFM$

$$EF = 2EM = \frac{b\sqrt{b^2+a^2}}{a}$$