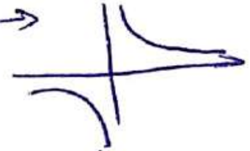
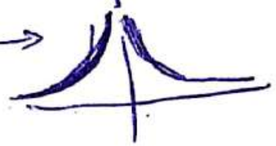
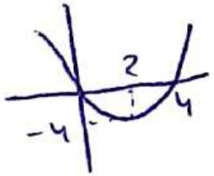
$\underline{1.83}$
$\underline{1}$

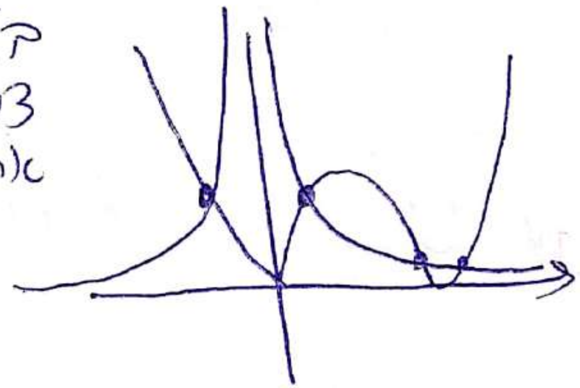
$y=\frac{1}{x} \longrightarrow$ 

$y=\frac{1}{|x|} \longrightarrow$ 

$y=x^2-4x$ 

$y=|x^2-4x|$ 

קטע
בירוק
אחד



לכן 4 פתרונות

$-4 \quad -3 \quad -2 \quad 0 \quad 1$

$\underline{1.83}$
$\underline{2}$

$x^2+ax+b=0$

$\begin{cases} x_1+x_2=-a \\ x_1x_2=b \end{cases}$

$y_1+y_2=\frac{2}{x_1}+\frac{2}{x_2}=2\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)=2\left(\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}\right)=\frac{-2a}{b}$

$y_1\cdot y_2=\frac{2}{x_1}\cdot\frac{2}{x_2}=\frac{4}{x_1x_2}=\frac{4}{b}$

המשוואה המתאימה היא:

$y^2+\frac{2a}{b}y+\frac{4}{b}=0 \quad /\cdot b$

$by^2+2ay+4=0$

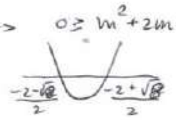
תשובה ב

1.83
3

$(m+1)x^2 - 2(m+3)x + 3m+7 = 0$

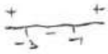
א) נדרוש $\Delta \geq 0$ , $-\frac{b}{a} > 0$ , $\frac{c}{a} > 0$

$0 \leq 4m^2 + 24m + 36 - 4(3m^2 + 10m + 7) = -8m^2 - 16m + 8 \;\rightarrow\; 0 \geq m^2 + 2m - 1$



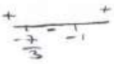

$\boxed{-1-\sqrt{2} \leq m \leq -1+\sqrt{2}}$

$0 < \frac{-b}{a} = \frac{2(m+3)}{m+1}$



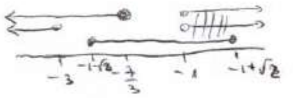

$\boxed{m < -3 \text{ או } m > -1}$

$0 < \frac{c}{a} = \frac{3m+7}{m+1}$




$\boxed{m < -\frac{7}{3} \text{ או } m > -1}$

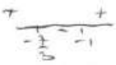
חיתוך התחומים




$\boxed{-1 < m \leq -1+\sqrt{2}}$

ב) נדרוש $0 > \frac{c}{a}$

$0 > \frac{c}{a} = \frac{3m+7}{m+1}$




$\boxed{-\frac{7}{3} < m < -1}$

$\underline{1.83}$
$\underline{\text{ב}3}$

$\sqrt{3x^2+5x+7}-\sqrt{3x^2+5x+2}>1$

תחום הגדרה: $3x^2+5x+7>0$ וגם $3x^2+5x+2>0$
כל $x$

$\boxed{x<-1 \quad \text{או} \quad x>-\frac{2}{3}}$

נחזור למשוואה: נסמן $3x^2+5x+2=A$

$\sqrt{A+5}-\sqrt{A}>1$

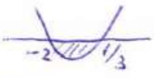
$\sqrt{A+5}>1+\sqrt{A} \quad /()^2$

$A+5>1+2\sqrt{A}+A$

$4>2\sqrt{A} \rightarrow \boxed{4>A}$

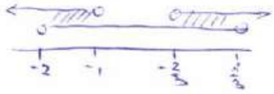
$4>3x^2+5x+2$

$0>3x^2+5x-2$



$-2<x<\frac{1}{3}$

חיתוך הפתרונות



$-2<x<-1 \quad \text{או} \quad -\frac{2}{3}<x<\frac{1}{3}$

1.83
4

נתחיל משלושת האחרונים (סדרה חשבונית)

$21-x-d \quad x-d \quad x \quad x+d$

הראשון + האחרון = 21

לכן הראשון = $21-x-d$

נותרו 2 נתונים שלא השתמשנו בהם

$$\begin{cases} x-d+x=18 \\ (x-d)^2=x(21-x-d) \end{cases}$$

$$\boxed{d=2x-18}$$

נציב במשוואה השנייה

$(x-2x+18)^2=x(21-x-2x+18)$

$(18-x)^2=x(39-3x)$

$(18-x)^2=3x(13-x)$

$324-36x+x^2=39x-3x^2$

$4x^2-75x+324=0$

$\frac{75\pm\sqrt{5625-5184}}{8}=\frac{75\pm21}{8}=12,\ \frac{27}{4}$

$x=12 \quad d=6$ | $x=\frac{27}{4} \quad d=-4\frac{1}{2}$

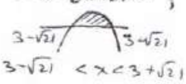
18 12 6 3 | $\frac{45}{4} \quad \frac{45}{4} \quad \frac{27}{4} \quad \frac{9}{4}$

1.83
א5

$$\log_{x+3}(x-2)\cdot\log_{x-2}(x^2+x)\le\log_{x+3}(6x+12-x^2)$$

תחום הגדרה

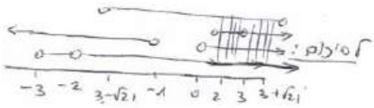
$-x^2+6x+12>0$ , $x^2+x>0$ , $1\ne x+3>0$ , $1\ne x-2>0$




$x<-1$ או $x>0$ $\quad -2\ne x>-3 \quad 3\ne x>2$

$3-\sqrt{21}<x<3+\sqrt{21}$

לסיכום:



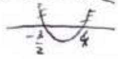

$$\boxed{\begin{matrix}2<x<3\\ 3<x<3+\sqrt{21}\end{matrix}}$$

$$\frac{\log\cancel{(x-2)}}{\log(x+3)}\cdot\frac{\log(x^2+x)}{\cancel{\log(x-2)}}\le\log_{x+3}(-x^2+6x+12)$$

$$\log_{(x+3)}(x^2+x)\le\log_{x+3}(-x^2+6x+12)$$

$$(x+3-1)(x^2+x+x^2-6x-12)\le0$$

$x=-2 \qquad 2x^2-5x-12\le0$





$$\boxed{\begin{matrix}-\frac{3}{2}\le x\le 4\\ x\le-2\end{matrix}}$$

$2<x<3$
$3<x\le$

שימו לב חיתוך עם תחום ההגדרה נותן!

1.83
ב5

$$f(x)=5^{-2x}-\frac{17}{12}a5^{-x}+\frac{a^2}{2}-1$$

נסמן $5^{-x}=t$

$$f(x)=t^2-\frac{17a}{12}t+\frac{a^2}{2}-1$$

$-1<f(x)$ כאשר $0\le x\le 1$

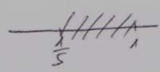
$$\left(\tfrac{1}{5}\right)^0\ge\left(\tfrac{1}{5}\right)^x\ge\left(\tfrac{1}{5}\right)^1$$

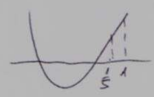
$$1\ge t\ge\frac{1}{5}$$

נתרגם לתחום של $t$
הבסיס היא $\left(\frac{1}{5}\right)$ ולכן
כיוון האי שוויון מתהפך

$$-1<t^2-\frac{17a}{12}t+\frac{a^2}{2}-1 \longrightarrow 0<t^2-\frac{17}{12}at+\frac{a^2}{2}$$

הפונקציה צריך להיות לכל $t$ בתחום





אפשרות א

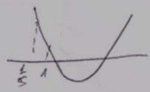
$a\ne 0 \leftarrow \Delta>0$

$0<f(1) \rightarrow a>\frac{3}{2},\ a<\frac{4}{3}$

$0<f(\frac{1}{5}) \rightarrow a<\frac{4}{15}\quad a>\frac{3}{10}$

$\frac{1}{5}>\frac{-b}{2a}=\frac{17a}{24} \rightarrow \frac{24}{85}>a$

לסיכום: $a<\frac{4}{15}$



אפשרות ב

$0\ne a \leftarrow \Delta>0$

$0<f(\frac{1}{5})=\frac{1}{25}-\frac{17a}{60}+\frac{a^2}{2}$

$0<\frac{12-85a+150a^2}{300}$

$\boxed{a<\frac{4}{15}\quad a>\frac{3}{10}}$

$0<f(1)=1-\frac{17}{12}a+\frac{a^2}{2}$

$0<6a^2-17a+12$

$\boxed{a>\frac{3}{2}\quad a<\frac{4}{3}}$

$1<\frac{-b}{2a}=\frac{17}{24}a \rightarrow a>\frac{24}{17}$

לסיכום $\boxed{a>\frac{3}{2}}$

אפשרות ג $\Delta<0$

$\frac{289a^2}{144}-2a^2<0$

$\frac{a^2}{144}<0$

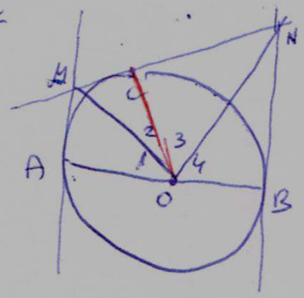
$\emptyset$

עבור $a=0$ נקבל
$f(x)=t^2-1$
ולכן לכל $\frac{1}{5}<t\le 1$ מתקיים
$-1<f(x)$

איחוד הפתרונות נותן $a>\frac{3}{2}\ ,\ a<\frac{4}{15}\ ,\ a=0$

$\frac{1:83}{6}$

א.




MCOA דלתון

MO חוצה זווית $\sphericalangle AOC$

$\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2 = \alpha$

CNBO דלתון

NO חוצה זווית $\sphericalangle COB$

$\sphericalangle O_3 = \sphericalangle O_4 = \beta$

$\sphericalangle AOB = 180 = 2\alpha + 2\beta \rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow \sphericalangle MON = 90^\circ$

ב. $AM = MC$ , $NC = BN$

$MC \cdot NC = CO^2 = r^2$ עפ"י משפט אוקלידס

$\Rightarrow AM \cdot BN = r^2$

ג. $\sphericalangle C_3 = \frac{1}{2} 60^\circ = 30^\circ$ $\triangle NCO$ בעל זוויות $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

$2x = 2CN = ON$

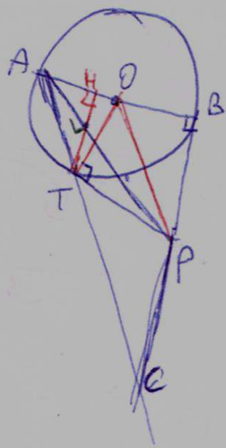
$4x^2 = x^2 + 1 \rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}} = CN = BN$

$\sphericalangle AOC = 120^\circ \rightarrow \sphericalangle AOM = 60^\circ \rightarrow$ $\triangle AMO$ בעל זוויות $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

$2AO = MO = 2 \rightarrow AM = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$

$S_{ABNM} = \frac{AB(AM+BN)}{2} = \frac{\cancel{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)}{\cancel{2}} = \frac{1+3}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

1.83
7




א.

נסמן $\sphericalangle C=\alpha$

$\triangle ABC$ ישר זווית

$\sphericalangle A = 90-\alpha$

$\triangle AOT$ ש״ש

$\sphericalangle AOT = 2\alpha$ , $\sphericalangle OTA = 90-\alpha$

$\sphericalangle TOB = 180-2\alpha$

$TOBP$ דלתון, $OP$ חוצה זווית $\sphericalangle TOB$

$\sphericalangle TOP = 90-\alpha$

$\sphericalangle TOP = 90-\alpha = \sphericalangle ATO$

$\Downarrow$

$AT \parallel OP$

ב. $OP$ קטע אמצעים ב $\triangle ABC$ (עובר באמצע $AB$ ומקביל ל $AC$)

$\Downarrow$

$BP=PC$

ג. $TH \parallel BC \leftarrow \triangle APB \sim \triangle ALH \leftarrow \frac{LH}{BP} = \frac{AH}{AB}$

$\triangle ATL \sim \triangle ACP \leftarrow \frac{TL}{CP} = \frac{AH}{AB}$

$\hookrightarrow \frac{LH}{BP} = \frac{TL}{CP} \longrightarrow LH = TL$