



1.

א. חשבו את האינטגרל הבא

$$\int \frac{e^{-2x}}{1 - e^{-4x}} dx$$

ב. חשבו את האינטגרל המוכלל וקבעו האם הוא מתכנס

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-2x}}{1 - e^{-4x}} dx =$$

ג. האם האינטגרל הבא מתכנס

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-2x}}{1 - e^{-4x}} dx$$

פתרון

2.

א. נתון כי  $x > 0$  חשבו את האינטגרל

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

ב. חשבו את האינטגרל המוכלל וקבעו האם הוא מתכנס

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx =$$

ג. האם האינטגרל הבא מתכנס

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

ד. האם הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$  מתכנס?

פתרון

.1

תהי

$$f(x) = \frac{x^a}{\sqrt{5x^{10} + \sin^2 x}}, \quad a \in \mathbb{R}$$

מצאו את כל ערכי  $a$  עבורם האינטגרל המוכלל  $\int_1^{\infty} f(x) dx$  מתכנס.

פתרון

.2

תהי  $f(x) = \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{x}$  מה ניתן לומר על הטענות הבאות בקשר לאינטגרל המוכלל  $\int_1^{\infty} f(x) dx$

טענה 1 – האינטגרל מתבדר ע"פ מבחן השוואה הגבולי עם  $g(x) = \frac{1}{x}$

טענה 2 – מבחן השוואה הגבולי עם  $g(x) = \frac{1}{x^2}$  לא מספק מידע על התכנסות / התבדרות

טענה 3 – האינטגרל מתכנס כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

פתרון

.3

מה ניתן לומר על התכנסות / התבדרות האינטגרל המוכלל

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}(1 + \sqrt[3]{x})} dx$$

פתרון